



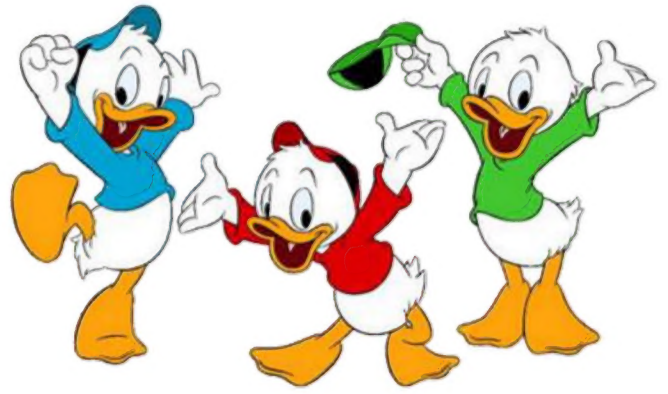
www.Cryp2Day.com
موقع مذكرات جاهزة للطباعة

M

A

T

H



المراجعة النهائية

الصف الثالث الإعدادي

الترم الأول ٢٠٢١

في

الجبر والإحصاء



إعداد وتصميم

محمود عوض حسن

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

قواعد على التناسب

♦ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة فإن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} \text{ ومنها } أ = ج م ، ب = د م$$

♦ إذا كان $س^2 = ٣ص$ فإن: $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٢}$ ∴ $س = ٣م$ ، $ص = ٢م$

♦ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فإن:

$$س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م$$

♦ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل فإن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$$

$$\text{ومنها } ج = د م ، ب = د م^2 ، أ = د م^3$$

♦ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج فإن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = م \text{ ومنها } ب = ج م ، أ = ج م^2$$

♦ الوسط المتناسب بين عددين $± = \sqrt{\text{الأول} \times \text{الثالث}}$

♦ عند التعويض: إذا كان $أ = ب م$ فإن $أ^2 = ب^2 م^2$

(حط التربيع على ب ، م)

$$\text{وإذا كان } ب = د م^2 \text{ فإن } ب^2 = د م^4$$

♦ إذا كانت النسبة بين عددين ٣ : ٧

فإننا نفرض أن العددين هما ٣م ، ٧م

♦ لإثبات أن أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة نثبت أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$

خطوات حل مسائل التناسب المباشرة :

١- تكوين تناسب

٢- إيجاد قيم

٣- التعويض بالقيم

٤- إخراج ع م أ

٥- الاختصار

ملاحظات على الضرب الديكارتي

- $س \times ص \neq ص \times س$
- $ن (س \times ص) = ن (س) \times ن (ص)$
- $ن (س^2) = ن (س \times س) = ن (س) \times ن (س)$

تساوي زوجين مرتبين

إذا تساوى زوجين مرتبين فإن :

المسقط الأول = المسقط الأول والثاني = الثاني

مثال ١: إذا كان $(س ، ٣) = (٥ ، ص)$

$$\text{فإن } س = ٥ ، ص = ٣$$

مثال ٢: إذا كان $(س - ٢ ، ١٠) = (٧ ، ص + ٢)$

$$\text{فإن } س - ٢ = ٧ \Rightarrow س = ٩$$

$$ص + ٢ = ١٠ \Rightarrow ص = ٨$$

ملاحظات على الدالة

✱ يقال لعلاقة من س إلى ص أنها دالة إذا كان :

- ❖ كل عنصر من س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط
- ❖ أو كل عنصر من ص يخرج منه سهم واحد فقط

✱ إذا كانت دالة من س إلى ص فإن :

- ❖ المجال هو عناصر س
- ❖ والمجال المقابل هو عناصر ص
- ❖ المدى : هو مجموعة صور عناصر المجال س

محمود عوض
معلم رياضيات

• إذا كان المستقيم يقطع محور السينات :
نفهم أن المسقط الثاني ص = صفر

• إذا كان المستقيم يقطع محور الصادات :
نفهم أن المسقط الأول س = صفر

• لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات :
نعوض في قاعدة الدالة عن ص = ٠

• لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات :
نعوض في قاعدة الدالة عن س = ٠

• في الدالة التربيعية $د(س) = أ س^2 + ب س + ج$

$$\text{نقطة رأس المنحنى} = \left(-\frac{ب}{٢أ} ، -\frac{ب^2}{٤أ} \right)$$

التغير العكسي

♦ إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ فإن:

قانون القيمة	قانون الثابت	قانون العلاقة
$\frac{ص١}{س١} = \frac{ص٢}{س٢}$	$ص = س \times م$	$ص س = م$

♦ يمكن كتابة العلاقة العكسية على الصورة $ص = \frac{م}{س}$

♦ لإثبات أن ص $\propto \frac{1}{س}$ نثبت أن ص س = ثابت

التغير الطردي

♦ إذا كانت ص $\propto س$ فإن:

قانون القيمة	قانون الثابت	قانون العلاقة
$\frac{ص١}{س١} = \frac{ص٢}{س٢}$	$م = \frac{ص}{س}$	$ص = م س$

♦ العلاقة الطردية يمثلها مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠،٠)

♦ إذا كانت ص $\propto س٢$ فإن الثابت $م = \frac{ص}{س٢}$

والعلاقة هي $ص = م س٢$

♦ لإثبات أن ص $\propto س$ نثبت أن ص = ثابت (ثابت) س

التشتت

محمود عوض
تصميم معلم رياضيات

محمود عوض
تصميم معلم رياضيات

٢ الانحراف المعياري σ

♦ هو الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي

♦ هو أكثر مقاييس التشتت انتشارا وأدقها.

♦ إذا تساوت جميع المفردات فإن: الانحراف σ = صفر

١ المدى

♦ هو أبسط مقاييس التشتت وأسهلها.

♦ وهو الفرق بين أكبر القيم وأصغرها.

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

مثال: المدى للقيم ٢٣، ٢٢، ١٥، ١٨، ١٧

هو $٢٣ - ١٥ = ٨$

www.Cryp2Day.com

موقع مذكرات جاهزة للطباعة

حساب الانحراف المعياري للجدول التكراري

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2 ك}{\sum ك}}$$

حيث: $\bar{س}$ الوسط الحسابي ، ك التكرار

$$\bar{س} = \frac{\sum (س \times ك)}{\sum ك}$$

ملاحظات للحل

- ♦ نكون جدول من ٦ أعمدة
- ♦ العمود الأول س نكتب فيه أرقام الصف الأول من المسألة
- ♦ العمود الثاني ك نكتب فيه أرقام الصف الثاني من المسألة
- ♦ نملاً أول ثلاثة أعمدة ثم نحسب الوسط $\bar{س}$ ثم نكمل الجدول

حساب الانحراف المعياري لمجموعة من القيم

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن}}$$

حيث: $\bar{س}$ الوسط الحسابي ، ن عدد القيم

$$\bar{س} = \frac{\sum القيم}{عددهم}$$

ملاحظات للحل

- ♦ نكون جدول مكون من ٣ أعمدة
- ♦ العمود الأول س : نكتب فيه القيم التي في المسألة
- ♦ نحسب الوسط $\bar{س}$ قبل أن نملاً الجدول

إذا كانت $\{٤, ٣\} = \text{س}$ ، $\{٥, ٤\} = \text{ص}$ ،

ع = $\{٥, ٦\}$ فأوجد :

(١) $\text{س} \times (\text{ص} \cap \text{ع})$ (٢) $(\text{س} - \text{ص}) \times \text{ع}$

الحل

التجهيز: $(\text{ص} \cap \text{ع}) = \{٥\}$ ، $\text{س} - \text{ص} = \{٣\}$

$\text{س} \times (\text{ص} \cap \text{ع}) = \{٥\} \times \{٤, ٣\}$

$= \{(٥, ٤), (٥, ٣)\}$

$(\text{س} - \text{ص}) \times \text{ع} = \{٣\} \times \{٥, ٦\}$

$= \{(٥, ٣), (٦, ٣)\}$

إذا كانت $\text{س} \times \text{ص} = \{(٧, ٢), (٥, ٢), (٢, ٢)\}$

أوجد : (١) ص (٢) $\text{ص} \times \text{س}$

(٣) $\text{ن}(\text{ص}^٢)$

الحل

■ $\text{ص} = \{٧, ٥, ٢\}$

■ $\text{ص} \times \text{س} = \{(٢, ٧), (٢, ٥), (٢, ٢)\}$

■ $\text{ن}(\text{ص}^٢) = ٣ \times ٣ = ٩$

إذا كانت $\text{س} = \{٦, ٥, ١\}$ ، $\text{ص} = \{٥, ٤, ٢\}$

فأوجد : (١) $\text{ص} \times \text{س}$ ومثله بمخطط سهمي

(٢) $\text{ن}(\text{س} \times \text{ص})$

الحل

١ $\text{ص} \times \text{س} = \{(١, ٤), (٦, ٢), (٥, ٢), (١, ٢)\}$

$\{(٦, ٥), (٥, ٥), (١, ٥), (٦, ٤), (٥, ٤)\}$

مثل المخطط بنفسك

٢ $\text{ن}(\text{س} \times \text{ص}) = \text{ن}(\text{س}) \times \text{ن}(\text{ص}) = ٣ \times ٣ = ٩$

إذا كانت $\text{س} = \{٥, ٢\}$ ، $\text{ص} = \{٢, ١\}$

ع = $\{٣\}$ فأوجد :

(١) $\text{ن}(\text{س} \times \text{ع})$ (٢) $(\text{ص} \cap \text{س}) \times \text{ع}$

الحل

١ $\text{ن}(\text{س} \times \text{ع}) = \text{ن}(\text{س}) \times \text{ن}(\text{ع}) = ٢ \times ١ = ٢$

٢ التجهيز: $(\text{ص} \cap \text{س}) = \{٢\}$

$(\text{ص} \cap \text{س}) \times \text{ع} = \{٢\} \times \{٣\} = \{(٣, ٢)\}$

إذا كانت $\text{س} = \{١, -٢\}$ ، $\text{ص} = \{٠, ٤\}$

ع = $\{٢, -٥, ٤\}$ فأوجد :

فأوجد : (١) $\text{س} \times \text{ص}$ (٢) $\text{س}^٢$

(٣) $\text{ن}(\text{س} \times \text{ع})$ (٤) $\text{ن}(\text{ع})$ (٥) $\text{ن}(\text{ص}^٢)$

الحل

١ $\text{س} \times \text{ص} = \{(٠, ١-), (٤, ١-), (٠, ٢), (٤, ٢)\}$

٢ $\text{س}^٢ = \{(١-, ١-), (٢, ١-), (١-, ٢), (٢, ٢)\}$

٣ $\text{ن}(\text{س} \times \text{ع}) = \text{ن}(\text{س}) \times \text{ن}(\text{ع}) = ٢ \times ٣ = ٦$

٤ $\text{ن}(\text{ع}) = ٣ \times ٣ = ٩$

٥ $\text{ن}(\text{ص}^٢) = \text{ن}(\text{ص}) \times \text{ن}(\text{ص}) = ٢ \times ٢ = ٤$

إذا كانت $\text{س} = \{٣, ٢\}$ ، $\text{ص} = \{٥, ٤, ٣\}$

فأوجد : (١) $\text{س} \times \text{ص}$

(٢) $(\text{س} \times \text{ص}) \cap \text{ص}^٢$

الحل

١ $\text{س} \times \text{ص} = \{(٣, ٣), (٥, ٢), (٤, ٢), (٣, ٢)\}$

$\{(٥, ٣), (٤, ٣)\}$

٢ $\text{ص}^٢ = \{(٤, ٤), (٣, ٤), (٥, ٣), (٤, ٣), (٣, ٣)\}$

$\{(٥, ٥), (٤, ٥), (٣, ٥), (٥, ٤)\}$

$(\text{س} \times \text{ص}) \cap \text{ص}^٢ = \{(٥, ٣), (٤, ٣), (٣, ٣)\}$

إذا كانت س = { ٣، ٢، ١ } ، ص = { ١، ١/٣، ١/٢، ١/٥ }
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن
العدد أ هو المعكوس الضربي للعدد ب
♦ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي
♦ بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١، ١)، (٢، ١/٢)، (٣، ١/٣) }
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج
منه سهم واحد فقط .
المدى = { ١، ١/٢، ١/٣ }

إذا كانت س = { ٣، ٢، ١، ٠، ١- } ،
ص = { ٩، ٦، ٤، ١، ٠ } وكانت ع علاقة من س إلى ص
حيث أ ع ب تعني أن " أ = ٢ ب "
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي، وهل ع دالة أم لا ،
ولماذا؟ وإذا كانت دالة اكتب مداها.

الحل

بيان ع = { (٩، ٣)، (٤، ٢)، (١، ١)، (٠، ٠)، (١-، ١-) }
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج
منه سهم واحد فقط .
المدى = { ٩، ٤، ١، ٠ }

إذا كانت س = { ٥، ٤، ٣، ١ } ،
ص = { ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١ } وكانت ع علاقة
من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن أ + ب = ٧
(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي
(٢) بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (٢، ٥)، (٣، ٤)، (٤، ٣)، (٦، ١) }
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج
منه سهم واحد فقط .
المدى = { ٦، ٤، ٣، ٠، ٢ }

إذا كانت س = { ٥، ٣، ٢ } ،
ص = { ١٠، ٨، ٦، ٤ } وكانت ع علاقة من س
إلى ص حيث أ ع ب تعني أن " أ = ٢ ب "
(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي
(٢) بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١٠، ٥)، (٦، ٣)، (٤، ٢) }
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج
منه سهم واحد فقط .
المدى = { ١٠، ٦، ٤ }

إذا كانت س = { ٥، ٣، ١ } ،
وكانت ع علاقة معرفة على س
وكان بيان ع = { (٥، ١)، (١، ٣)، (٣، ١) }
(١) أوجد مدى الدالة
(٢) أوجد القيمة العددية للمقدار أ + ب

الحل

مدى الدالة هو الأرقام الموجودة في المسقط الثاني
المدى = { ٥، ١، ٣ }

العلاقة دالة يبقى لازم كل عنصر من س يظهر
كمسقط أول مرة واحدة فقط ..
العنصر ١ ظهر يبقى أ ، ب هما ٣ ، ٥

$$٨ = ٥ + ٣ = أ + ب$$

١ إذا كانت د(س) = ٤س + ب وكان د(٣) = ١٥
أوجد قيمة ب

الحل

د(٣) = ١٥ معناها انك لما تعوض في الدالة عن
س = ٣ الناتج هيساوى ١٥

$$١٥ = ٤س + ب$$

$$١٥ = ٤ \times ٣ + ب \quad \therefore ١٥ = ١٢ + ب$$

$$\therefore ٣ = ب$$

٢ إذا كانت النقطة (أ، ٣) تقع على الخط المستقيم
الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٤س - ٥
فأوجد قيمة أ

الحل

من الزوج (أ، ٣) نأخذ س = أ ، د(س) = ٣
بالتعويض في الدالة

$$\therefore ٣ = ٤أ - ٥$$

$$٤أ = ٣ + ٥ \quad \leftarrow ٨ = ٤أ$$

$$\therefore ٢ = أ$$

٤ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث
د(س) = ٦س - أ يقطع محور الصادات في النقطة
(ب، ٣) فأوجد قيمتى أ، ب

الحل

المستقيم يقطع محور الصادات ب = ٠

من الزوج (ب، ٣) نعوض عن س = ٠ ، ص = ٣

$$٣ = ٦ \times ٠ - أ \quad \therefore ٣ = -أ$$

$$\therefore ٣ = -أ \quad \leftarrow ٣ = أ$$

٣ إذا كانت د(س) = ٣س - ٢ وكان د(٢) = ٣
فأوجد د(٢) + د(٣)

الحل

$$د(٢) + د(٣) = (٢ \sqrt{٣} - ٢) + (٣ \sqrt{٣} - ٢) = ٥ \sqrt{٣} - ٤$$

$$٣ - ٢ \sqrt{٣} = (٢ \sqrt{٣}) ر$$

$$٩ - ٢ \sqrt{٣} = (٢ \sqrt{٣}) ر ٣$$

$$٧ - ٩ = ٢ \sqrt{٣} - ٢ \sqrt{٣} \quad \therefore ٧ - ٩ = ٠$$

إذا كانت س = {٢، ٣، ٤} ، ص = {٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}
وكانت د : س ← ص حيث د(س) = ٩ - س
فأوجد بيان الدالة د ثم أوجد المدى .

الحل

نعوض في الدالة د(س) = ٩ - س عن قيم المجموعة س

$$د(٢) = ٩ - ٢ = ٧$$

$$د(٣) = ٩ - ٣ = ٦$$

$$د(٤) = ٩ - ٤ = ٥$$

$$بيان د = \{(٢، ٧)، (٣، ٦)، (٤، ٥)\}$$

$$المدى = \{٥، ٦، ٧\}$$

٥ إذا كانت س = {٠، ١، ٣} ، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٧}
وكانت د : س ← ص حيث د(س) = ٥ - س
فأوجد صور عناصر س بالدالة د .

الحل

لإيجاد صور عناصر س نعوض في الدالة عن قيم س

$$د(٠) = ٥ - ٠ = ٥$$

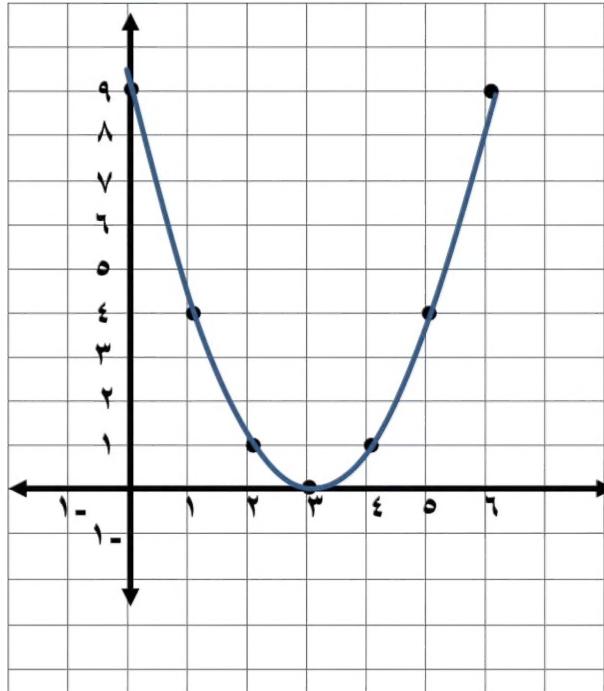
$$د(١) = ٥ - ١ = ٤$$

$$د(٣) = ٥ - ٣ = ٢$$

$$\therefore صور عناصر س (هي المدى) = \{٢، ٤، ٥\}$$

مثل بيانيا الدالة د(س) = (س - ٣)²
 متخذًا س ∈ [٠، ٦] ومن الرسم استنتج :
 (١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة الصغرى للدالة
 (٣) معادلة محور التماثل

الحل



محمود عوض
 معلم رياضيات

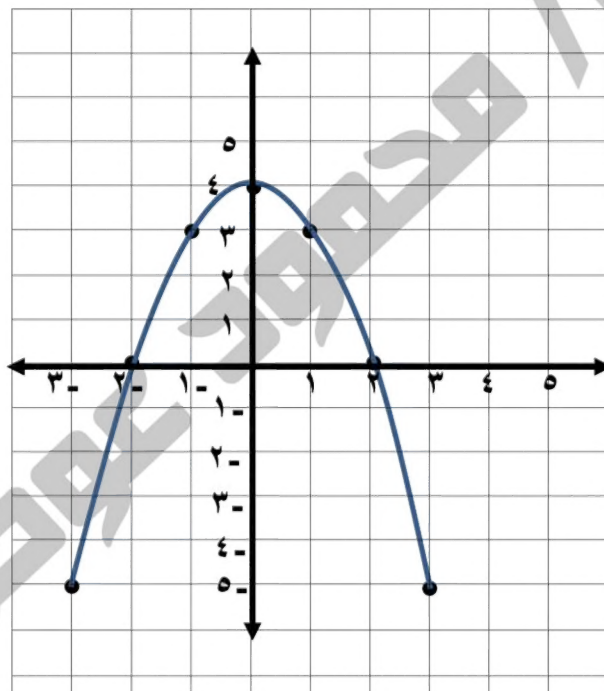
س	(س - ٣)²	ص
٠	(٣ - ٠)²	٩
١	(٣ - ١)²	٤
٢	(٣ - ٢)²	١
٣	(٣ - ٣)²	٠
٤	(٣ - ٤)²	١
٥	(٣ - ٥)²	٤
٦	(٣ - ٦)²	٩

رأس المنحنى = (٣، ٠)

معادلة محور التماثل س = ٣

القيمة الصغرى = ٠

مثل بيانيا الدالة د(س) = ٤ - س²
 متخذًا س ∈ [-٣، ٣] ومن الرسم استنتج :
 (١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة الصغرى أو العظمى
 (٣) معادلة محور التماثل



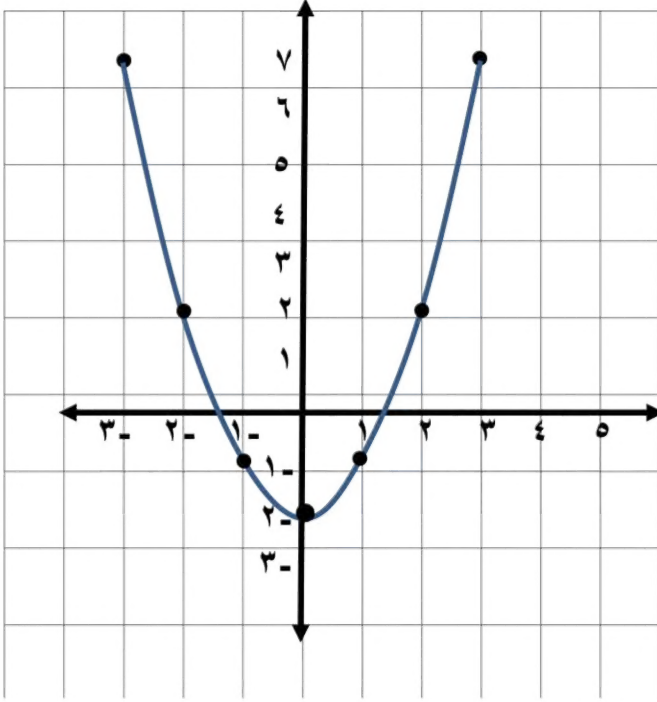
س	٤ - س²	ص
-٣	٤ - (٣)²	-٥
-٢	٤ - (٢)²	-٠
-١	٤ - (١)²	٣
٠	٤ - (٠)²	٤
١	٤ - (١)²	٣
٢	٤ - (٢)²	-٠
٣	٤ - (٣)²	-٥

رأس المنحنى = (٠، ٤)

معادلة محور التماثل س = ٠

القيمة العظمى = ٤

مثل بيانيا الدالة $د(س) = س^2 - ٢$
 متخذاً $س \in [-٣, ٣]$ ومن الرسم استنتج :
 (١) نقطة رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل
 (٣) القيمة الصغرى أو العظمى



تفهم
 معلم رياضيات
 محمود عوض

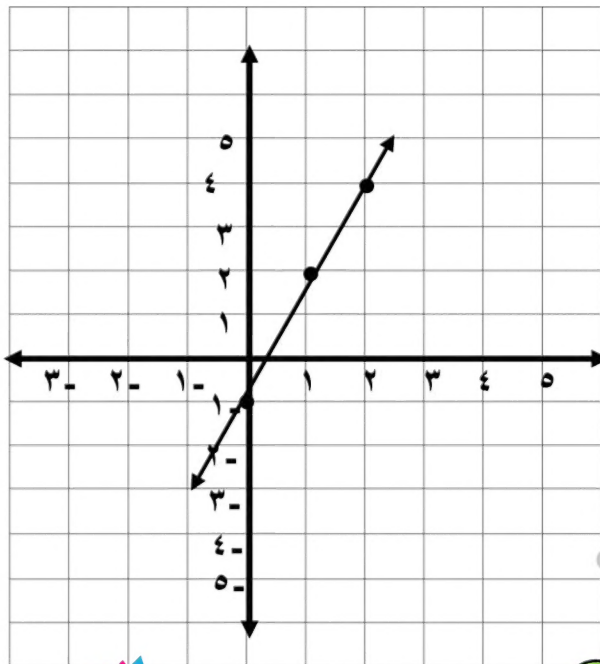
س	$س^2 - ٢$	ص
٣-	$٢ - (٣-)^2$	٧
٣-	$٢ - (٢-)^2$	٢
١-	$٢ - (١-)^2$	١-
٠	$٢ - (٠)^2$	٢-
١	$٢ - (١)^2$	١-
٢	$٢ - (٢)^2$	٢
٣	$٢ - (٣)^2$	٧

رأس المنحنى $(٠, -٢)$

معادلة محور التماثل $س = ٠$

القيمة الصغرى $-٢ =$

مثل بيانيا الدالة $د(س) = ٣س - ١$
 وأوجد نقطة تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات



في الدالة الخطية نفرض أى ٣ قيم لـ س

س	$٣س - ١$	ص
٠	$٣ \times ٠ - ١$	١-
١	$٣ \times ١ - ١$	٢
٢	$٣ \times ٢ - ١$	٤

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نعوض عن ص = ٠

$$٠ = ٣س - ١ \quad ١ = ٣س \quad س = \frac{١}{٣}$$

نقطة التقاطع مع محور السينات $(\frac{١}{٣}, ٠)$

نقطة التقاطع مع محور الصادات $(٠, -١)$

٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١

فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

نفرض أن العدد = س

$$\frac{2}{3} = \frac{7 + \text{س}}{11 + \text{س}} \quad (\text{مقص})$$

$$22 + 2\text{س} = 21 + 3\text{س}$$

$$21 - 22 = 3\text{س} - 2\text{س}$$

$$-1 = \text{س} \quad \therefore \text{العدد هو } 1$$

١ أوجدان صحيحان النسبة بينهما ٧ : ٣ ، إذا طرح منهما

٥ أصبحت النسبة بينهما ٣ : ١ ، أوجد العددين؟

الحل

نفرض أن العددين هما ٣م ، ٧م

$$\frac{1}{3} = \frac{5 - 3\text{م}}{5 - 7\text{م}} \quad (\text{مقص})$$

$$5 - 7\text{م} = 15 - 9\text{م}$$

$$15 + 5 = 7\text{م} - 9\text{م}$$

$$5 = \text{م} \quad 10 = 2\text{م}$$

$$\therefore \text{العدد الأول} = 3\text{م} = 3 \times 5 = 15$$

$$\therefore \text{العدد الثانى} = 7\text{م} = 7 \times 5 = 35$$

٤ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد

٣ ، ٥ ، ٨ ، ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

الحل

نفرض أن العدد = س

$$\frac{3 + \text{س}}{5 + \text{س}} = \frac{8 + \text{س}}{12 + \text{س}} \quad (\text{مقص})$$

$$36 + 3\text{س} + 12\text{س} + 12\text{س} = 40 + 8\text{س} + 5\text{س} + 5\text{س}$$

$$15\text{س} + 36 = 13\text{س} + 40$$

$$15\text{س} - 13\text{س} = 40 - 36$$

$$2\text{س} = 4 \quad \leftarrow \text{س} = 2 \quad \therefore \text{العدد هو } 2$$

٣ أوجد الرابع المتناسب للأعداد ٤ ، ١٢ ، ١٦

الحل

نفرض أن الرابع المتناسب هو س

الكميات هي: ٤ ، ١٢ ، ١٦ ، س

$$\frac{16}{12} = \frac{4}{\text{س}} \quad \therefore$$

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$16 \times 12 = 4 \times \text{س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{16 \times 12}{4} = 48$$

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د فى تناسب متسلسل

$$\text{فانثبت أن: } \frac{ج - د}{أ - ب} = \frac{د - ب}{ب - أ}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = \text{م}$$

$$\text{ج} = \text{د} \cdot \text{م} ، \text{ب} = \text{ج} \cdot \text{م} ، \text{أ} = \text{ب} \cdot \text{م}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{(\text{د} \cdot \text{م})}{(\text{ج} \cdot \text{م})} = \frac{\text{د}}{\text{ج}} = \frac{\text{ج} - \text{د}}{\text{أ} - \text{ب}} = \frac{\text{د} \cdot \text{م} - \text{ج} \cdot \text{م}}{\text{د} \cdot \text{م} - \text{ج} \cdot \text{م}} = \frac{\text{د} - \text{ج}}{\text{أ} - \text{ب}}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{د} \cdot \text{م}}{\text{ج} \cdot \text{م}} = \frac{\text{د}}{\text{ج}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أيسر}}{\text{الأيمن}}$$

٥ إذا كانت $\frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥} = \frac{س}{٣}$ فانثبت أن :

$$\frac{1}{2} = \frac{ع - ٢ص}{٣س - ٢ص + ع}$$

الحل

$$\text{س} = ٣\text{م} ، \text{ص} = ٤\text{م} ، \text{ع} = ٥\text{م}$$

$$\frac{ع - ٢ص}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{٥\text{م} - ٨\text{م}}{٩\text{م} - ٨\text{م} + ٥\text{م}} = \frac{٥\text{م} - ٨\text{م}}{٦\text{م}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{٣}{٦} = \frac{٣\text{م}}{٦\text{م}} = \frac{٥\text{م} - ٨\text{م}}{٦\text{م} + ٨\text{م} - ٥\text{م}} =$$

٨ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة

$$\text{فأثبت أن } \frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - ج}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} \quad أ = ج م ، ب = د م$$

$$\frac{ج م}{د م - ج م} = \frac{أ}{ب - ج} = \text{الطرف الأيمن}$$

$$\frac{ج}{د - ج} = \frac{ج م}{(د - ج) م} = \text{الأيسر}$$

٧ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج فأثبت

$$\text{أن } \frac{أ - ب}{ب} = \frac{أ - ج}{ب + ج}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = م \quad ب = ج م ، أ = ج م^2$$

$$\frac{أ - ب}{ب} = \frac{أ - ج}{ب + ج} = \frac{ج م^2 - ج م}{ج م + ج م} = \frac{ج م (م - 1)}{ج م (1 + م)} = \frac{م - 1}{1 + م}$$

$$\frac{ج م (1 - م)}{ج م (1 + م)} = \frac{1 - م}{1 + م}$$

$$\frac{ج م}{ج م + ج} = \frac{ج م}{ج (1 + م)} = \frac{م}{1 + م} = \text{الأيسر}$$

$$\frac{م}{1 + م} =$$

$$\text{الأيمن} = \text{الأيسر}$$

٩ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل

$$\text{فأثبت أن } \frac{أ - ج}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - ج}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$$

$$ج = د م ، ب = د م^2 ، أ = د م^3$$

$$\frac{أ - ج}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - ج} = \frac{د م^3 - د م}{د م^2 - د م} = \frac{د م (م^2 - 1)}{د م (م - 1)} = \frac{م (م + 1)}{م - 1}$$

$$\frac{د م^3 - د م}{د م^2 - د م} = \frac{د م (م^2 - 1)}{د م (م - 1)} = \frac{م (م + 1)}{م - 1}$$

$$\frac{1 + م}{م} = \frac{م (م + 1)}{م (م - 1)} = \frac{م + 1}{م - 1}$$

$$\frac{أ + ج}{ب} = \frac{أ + ج}{ب} = \frac{د م^3 + د م}{د م^2} = \frac{د م (م^2 + 1)}{د م^2} = \frac{م^2 + 1}{م} = \text{الأيسر}$$

$$\frac{1 + م}{م} = \text{الأيمن} = \text{الأيسر}$$

٩ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل

$$\text{فأثبت أن } \frac{أ}{ب} = \frac{أ^2 - ج^2}{ب^2 - ج^2}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$$

$$ج = د م ، ب = د م^2 ، أ = د م^3$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ^2 - ج^2}{ب^2 - ج^2} = \frac{د م^3}{د م^2} = \frac{د م^3 - د م}{د م^2 - د م} = \frac{د م (م^2 - 1)}{د م (م - 1)} = \frac{م (م + 1)}{م - 1}$$

$$م = \frac{م (م + 1)}{م - 1} = \frac{م^2 + م}{م - 1}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ^2 - ج^2}{ب^2 - ج^2} = \frac{م^2 + م}{م - 1} = \frac{م (م + 1)}{م - 1} = \text{الأيسر}$$

$$\therefore \text{الأيمن} = \text{الأيسر}$$

١١

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة
فأثبت أن $\frac{أ٣ - ب٢}{ج٣ + د٥} = \frac{أ٢ - ب٣}{ج٥ + د٣}$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} = م \quad أ = ج م , \quad ب = د م$$

$$\frac{أ٣ - ب٢}{ج٣ + د٥} = \frac{أ٢ - ب٣}{ج٥ + د٣} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} = \frac{(ج - د)(ج٢ + ج د + د٢)}{(ج + د)(ج٢ + ج د + د٢)} =$$

$$\frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} = \frac{ج - د}{ج + د} = \frac{أ - ب}{أ + ب} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} = \frac{(ج - د)(ج٢ + ج د + د٢)}{(ج + د)(ج٢ + ج د + د٢)} =$$

∴ الأيمن = الأيسر

١٢

إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج
فأثبت أن $\frac{أ}{ج} = \frac{أ٢ + ب٢}{ب٢ + ج٢}$

الحل

$$\frac{أ}{ج} = \frac{ب}{م} \quad ب = ج م , \quad أ = ج م$$

$$\frac{أ٢ + ب٢}{ب٢ + ج٢} = \frac{أ٢ + ب٢}{ب٢ + ج٢} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{ج٢ م٢ + ج٢ م٢}{ج٢ م٢ + ج٢ م٢} =$$

$$\frac{ج٢ م٢}{ج٢ م٢} = \frac{أ}{ج} = \frac{أ}{ج} \quad \text{الأيمن}$$

∴ الأيمن = الأيسر

محمود عوض
معلم رياضيات

١٣

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د فى كميات متناسبة
فأثبت أن $\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د}$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} = م$$

$$أ = ج م , \quad ب = د م$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د} = \frac{(أ - ج) م}{(ب - د) م} =$$

∴ الأيمن = الأيسر

١٤

إذا كانت $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت أن :
 $\sqrt{٣س٣ + ٣ص٣ + ٣ع٣} = ٢س + ٣ص$

الحل

$$س = ٣م , \quad ص = ٤م , \quad ع = ٥م$$

$$\sqrt{٣س٣ + ٣ص٣ + ٣ع٣} = \text{الأيمن}$$

$$\sqrt{٣(٣م)٣ + ٣(٤م)٣ + ٣(٥م)٣} =$$

$$\sqrt{٣(٢٧م٣) + ٣(٦٤م٣) + ٣(١٢٥م٣)} =$$

$$\sqrt{٨١م٣ + ١٩٢م٣ + ٣٧٥م٣} =$$

$$\sqrt{٦٦٨م٣} = \sqrt{١٠٠م٣} = ١٠م$$

$$١٠م = ٢س + ٣ص$$

∴ الأيمن = الأيسر

إذا كانت ص ٣٠ س وكانت ص = ٦ عندما س = ٣
أوجد : (١) العلاقة بين س ، ص
(٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

ص ٣٠ س $\frac{1}{س}$ \therefore ص س = م

$$م = ص \times س = ٦ \times ٣ = ١٨$$

العلاقة هي : ص س = ٦

بالتعويض عن س = ١,٥

$$ص = ١,٥ \times ٦ = ٩ \therefore$$

إذا كانت ص ٣٠ س وكانت ص = ٦ عندما س = ٣
أوجد : (١) العلاقة بين س ، ص
(٢) قيمة ص عندما س = ٥

الحل

ص ٣٠ س \therefore ص م = س

$$م = \frac{ص}{س} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

العلاقة هي : ص = ٢ س

بالتعويض عن س = ٥

$$ص = ٢ \times ٥ = ١٠$$

٤ من بيانات الجدول التالى أجب:

٦	٤	٢	س
٢	٣	٦	ص

(١) بين نوع التغير بين ص ، س

(٢) أوجد ثابت التناسب

(٣) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

(١) نوع التغير عكسى (لأنه كلما زادت س نقصت ص)

(٢) ثابت التناسب = ص \times س = ٦ \times ٢ = ١٢

(٣) بالتعويض عن س = ٣ في العلاقة ص س = ١٢

$$ص \times ٣ = ١٢ \therefore ص = ٤$$

٣ إذا كانت ص تتغير طرديا بتغير س

وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢

أوجد : (١) العلاقة بين س ، ص

(٢) قيمة س عندما ص = ٢٠

الحل

ص ٣٠ س \therefore ص م = س

$$م = \frac{ص}{س} = \frac{١٤}{٤٢} = \frac{١}{٣}$$

العلاقة هي : ص = $\frac{١}{٣}$ س

$$٢٠ = \frac{١}{٣} س \therefore س = ٢٠ \times ٣ = ٦٠$$

٦ إذا كان : س^٤ ص^٢ - س^{١٤} ص^٢ + ٤٩ = ٠

فأثبت أن : ص ٣٠ س $\frac{١}{س}$

الحل

بتحليل المقدار المربع الكامل

(س^٢ ص - ٧) (٧ - ص^٢) = ٠ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

$$س^٢ ص - ٧ = ٠$$

$$س^٢ ص = ٧$$

$$\therefore ص ٣٠ س \frac{١}{س}$$

٥ إذا كان : $\frac{ص - ٢١}{ع - ٧} = \frac{ص}{ع}$ فاثبت أن : ص ٣٠ ع

الحل

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$٢١ س - ع = ص - ٧ س$$

$$٢١ س - ع = ٧ س - ص$$

$$٢١ س = ٧ س - ص + ع$$

$$\therefore ص ٣٠ ع \frac{٢١}{٧}$$

١

إذا كانت $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{ب + ج}{٦} = \frac{ج + أ}{٥}$
فأثبت أن: $٧ = \frac{أ + ب + ج}{١}$

الحل

بجمع : النسبة الأولى + الثانية + الثالثة
 $\frac{أ + ب + ب + ج + ج + أ}{١٤} = \frac{أ + ج + ج + أ + ب + ب + ج}{١٤}$
 $\frac{٢(أ + ب + ج)}{١٤} = \frac{٢(أ + ب + ج)}{١٤}$
 ١ $\frac{أ + ب + ج}{٧} = \frac{٢(أ + ب + ج)}{١٤}$ إحدى النسب
 نجمع النسبتين اللى فيهم أ - النسبة الثانية
 $\frac{أ + ب + ج + ج - أ - ب - أ}{٦ - ٥ + ٣} = \frac{أ}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$ إحدى النسب ٢
 من ١، ٢ ينتج أن $\frac{أ + ب + ج}{٧} = ٦$ $\therefore \frac{أ + ب + ج}{٧} = ٦$

٤

إذا كان: ص = أ - ٩، ص $\times \frac{١}{٢}$ س وكان أ = ١٨ عندما
 $\frac{٢}{٣} =$ س فأوجد العلاقة بين س، ص ثم استنتج قيمة ص

الحل

\therefore ص $\times \frac{١}{٢}$ س \therefore ص \times س = ٢
 بالتعويض عن ص = أ - ٩
 $٩ - أ =$ ص \therefore م = (٩ - أ) س = ٢ $\left(\frac{٢}{٣}\right) \times (٩ - ١٨)$
 \therefore م = $\frac{٤}{٩} \times ٩ = ٤$
 \therefore العلاقة هي ص س = ٤
 عندما س = ١ ص \times ١ = ٤ ص = ٤

٣

إذا كانت (س°، ص + ١) = (٣٢، $\sqrt[٣]{٢٧}$)
 فأوجد قيمة كل من س، ص

الحل

س° = ٣٢ \therefore س° = ٢°
 \therefore س = ٢
 $\sqrt[٣]{٢٧} = ١ + ص \therefore ٣ = ١ + ص \therefore$
 \therefore ص = ٢

٤

إذا كانت (س - ١، ١١) = (٨، ص + ٣)
 فأوجد قيمة $\sqrt{٢ + ص}$

الحل

س - ١ = ٨ \therefore س = ٩
 ص + ٣ = ١١ \therefore ص = ٨
 $\therefore \sqrt{٢ + ص} = \sqrt{٨ + ٢} = \sqrt{١٠}$
 $\therefore \sqrt{٢ + ص} = \sqrt{١٠}$

٣

إذا كانت $\frac{س}{٣} = \frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة: $\frac{س^٣ + ٢}{٦ - س}$

س = ٢، ص = ٣

النسبة = $\frac{س^٣ + ٢}{٦ - س} = \frac{٢^٣ + ٢}{٦ - ٢} = \frac{٨ + ٢}{٤} = \frac{١٠}{٤} = \frac{٥}{٢}$

$\frac{٢ + ٢}{٢ - ١٨} =$

$\frac{٣}{٤} = \frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

إذا كان أ : ب : ج = ٥ : ٧ : ٣
 وكان أ + ب = ٢٧، ٦
 فأوجد قيمة كل من أ، ب، ج

أ = ٥، ب = ٧، ج = ٣

بالتعويض في أ + ب = ٢٧، ٦

$\therefore ٥ + ٧ = ١٢$

$\therefore ١٢ = ٢٧، ٦$

$\therefore ٢، ٣ = م$

أ = ٥ = ٢، ٣ \times ٥ = ١١، ٥

ب = ٧ = ٢، ٣ \times ٧ = ١٦، ١

ج = ٣ = ٢، ٣ \times ٣ = ٦، ٩

حساب الانحراف للجدول التكراري ذي المجموعات

◆ العمود الأول س نكتب فيه مركز المجموعة

ويحسب كالتالي :

$$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

مثال ٣ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري الآتي:

المجموعة	٠٠	-٤	-٨	-١٢	٢٠-١٦	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

الحل

نحسب مراكز المجموعات لنكتبها في عمود س

$$١٠ = \frac{١٢ + ٨}{٢} = ١٠, ٦ = \frac{٨ + ٤}{٢} = ٦, ٢ = \frac{٤ + ٠}{٢} = ٢$$

$$١٨ = \frac{٢٠ + ١٦}{٢} = ١٨, ١٤ = \frac{١٦ + ١٢}{٢} = ١٤$$

س	ك	س × ك	س - س	(س - س)²	(س - س)² × ك
٢	٣	٦	٩,٦-	٩٢,١٦	٢٧٦,٤٨
٦	٤	٢٤	٥,٦-	٣١,٣٦	١٢٥,٤٤
١٠	٧	٧٠	١,٦-	٢,٥٦	١٧,٩٦
١٤	٢	٢٨	٢,٤	٥,٧٦	١١,٥٢
١٨	٩	١٦٢	٦,٤	٤٠,٩٦	٣٦٨,٦٤
مج	٢٥	٢٩٠	XX	XX	٨٠٠

$$\text{الوسط س} = \frac{\text{مج (س × ك)}}{\text{مج ك}} = \frac{٢٩٠}{٢٥} = ١١,٦$$

$$\text{الانحراف } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س)²}}{\text{مج ك}}}$$

$$٥,٧ = \sqrt{\frac{٨٠٠}{٢٥}} =$$

احسب الانحراف المعياري للقيم:

٢٧، ٢٠، ٥، ٣٢، ١٦

الحل

$$\text{الوسط س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$$

$$٢٠ = \frac{١٠٠}{٥} = \frac{٢٧+٢٠+٥+٣٢+١٦}{٥} =$$

س	س - س	(س - س)²
١٦	٢٠ - ١٦ = ٤-	١٦
٣٢	٢٠ - ٣٢ = ١٢-	١٤٤
٥	٢٠ - ٥ = ١٥-	٢٢٥
٢٠	٢٠ - ٢٠ = ٠	٠
٢٧	٢٠ - ٢٧ = ٧-	٤٩
مج	XXX	٤٣٤

$$٩,٣ = \sqrt{\frac{٤٣٤}{٥}} = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س)²}}{\text{ن}}} = \sigma$$

مثال ٢ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري الآتي:

عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

الحل

س	ك	س × ك	س - س	(س - س)²	(س - س)² × ك
٠	٨	٠	٢٠ - ٠ = ٢٠-	٤٠٠	٣٢٠٠
١	١٦	١٦	٢٠ - ١ = ١٩-	٣٦١	٥٧٧٦
٢	٥٠	١٠٠	٢٠ - ٢ = ١٨-	٣٢٤	١٦٢٠٠
٣	٢٠	٦٠	٢٠ - ٣ = ١٧-	٢٨٩	٥٧٨٠
٤	٦	٢٤	٢٠ - ٤ = ١٦-	٢٥٦	١٥٣٦
مج	١٠٠	٢٠٠	XX	XX	٩٢

$$\text{الوسط س} = \frac{\text{مج (س × ك)}}{\text{مج ك}} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$$

$$\text{الانحراف } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س)²}}{\text{مج ك}}}$$

$$١ = \sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}} =$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

- (١) النقطة (٣- ، ٤) تقع في الربع
 (أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع
- (٢) إذا كان $3 = أ$ ، $4 = ب$ فإن $أ : ب =$
 (أ) ٣ : ٤ (ب) ٤ : ٣ (ج) ٣ : ٧ (د) ٤ : ٧
- (٣) إذا كان ن (س) = ٣ ، ن (س × ص) = ١٢ فإن ن (ص) =
 (أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٥ (د) ٣٦
- (٤) إذا كانت س = { ٢ } ، ص = { ٣ } فإن س × ص =
 (أ) ٦ (ب) { ٣ } (ج) (٣ ، ٢) (د) { (٣ ، ٢) }
- (٥) إذا كان ن (س) = ٢ ، ن (ص × س) = ٦ فإن ن (ص) =
 (أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٦ (د) ١٢
- (٦) إذا كان س ص = ٧ فإن ص = ٣٥
 (أ) $\frac{1}{س}$ (ب) س - ٧ (ج) س (د) س + ٧
- (٧) إذا كان (٢ ، س-١) = (ص ، ٠) فإن س + ص =
 (أ) ٣ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣-
- (٨) الرابع متناسب للأعداد ٣ ، ٦ ، ٨ هو
 (أ) ٤ (ب) ٧ (ج) ١٦ (د) ٢٠
- (٩) العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين س ، ص هي
 (أ) س ص = ٥ (ب) ص = س + ٣ (ج) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$
- (١٠) الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يسمى
 (أ) المدى (ب) الوسط الحسابي (ج) الإنحراف المعياري (د) المنوال
- (١١) إذا كان ص = ٣٥ س وكان ص = ٢ عندما س = ٨ فإن ص = ٣ عندما س =
 (أ) ١٦ (ب) ١٢ (ج) ٢٤ (د) ٦
- (١٢) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوي
 (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ١٢
- (١٣) إذا كانت أ ، ٤ ، ب ، ٩ كميات متناسبة فإن $\frac{أ}{ب} =$
 (أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (ج) $\frac{٩-}{٤}$ (د) $\frac{٤-}{٩}$
- (١٤) إذا كانت د (س) = ٧ فإن د (٣-) =
 (أ) ٧ (ب) ٧- (ج) ٢١ (د) ٢١-

- ١٥ أسهل وأبسط مقاييس التشتت هو
 (أ) المنوال (ب) الوسيط (ج) المدى (د) الانحراف المعياري
- ١٦ إذا كان: أ ، ٢ س ، ب ، ٣ س كميات متناسبة فإن أ : ب =
 (أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (ج) ٣ : ٢ (د) ٢ : ٣
- ١٧ إذا كان ٣ س ص = ٨ فإن
 (أ) س ٣ ص (ب) ص ٣ س (ج) ٣ س ٨ ص (د) س ٣ ص
- ١٨ إذا كانت ١٨ هي أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى = ٦ فإن أصغر مفردات المجموعة =
 (أ) ٨ (ب) ١٢ (ج) ٢٤ (د) ٣٦
- ١٩ إذا كانت (س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣) فإن $\sqrt{س + ٢ ص} = \dots\dots\dots$
 (أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ٢٥
- ٢٠ إذا كانت ن (س) = ٩ فإن ن (س) =
 (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٢
- ٢١ إذا كان (٥ ، ٣) $\in \{٦ ، ٣\} \times \{٨ ، س\}$ فإن س =
 (أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ٥ (د) ٣
- ٢٢ إذا كانت النقطة (س - ٢ ، ٤ - س) تقع في الربع الثالث فإن س =
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦
- ٢٣ إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س ، وكانت س = $\sqrt[٣]{٣}$ عندما ص = $\frac{٢}{\sqrt[٣]{٣}}$ فإن ثابت التناسب =
 (أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) ٢ (د) ٦
- ٢٤ إذا كانت النقطة (٥ ، ب - ٧) تقع على محور السينات فإن ب =
 (أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١٢
- ٢٥ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو
 (أ) المنوال (ب) الوسيط (ج) الوسط (د) المدى
- ٢٦ إذا كانت $\frac{١}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{ج}{٤} = \frac{١٢ - ب + ٥ ج}{٣ س}$ فإن س =
 (أ) ٢١ (ب) ٧ (ج) ٣ (د) ٤
- ٢٧ الدالة د : د(س) = ٣ س يمثلها بيانيا خط مستقيم يمر بالنقطة
 (أ) (٠ ، ٣) (ب) (٠ ، ٠) (ج) (٠ ، ٣) (د) (٣ ، ٣)
- ٢٨ الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ يساوى
 (أ) ٩ (ب) ٩- (ج) $٩ \pm$ (د) ١٥

مهمة جدا

تراكمي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ $\{1, 0\} - [3, 1] = \dots$

(أ) $[3, 1]$ (ب) $[3, 1]$ (ج) $[3, 1]$ (د) $\{3\}$

٢ مجموعة حل المعادلة $(س - ١) = ٩$ في ح هي

(أ) $\{٤\}$ (ب) $\{٢-\}$ (ج) $\{٢-, ٤\}$ (د) $\{٣\}$

٣ إذا كانت $س^٢ = ٢٤$ فإن $س = \dots$

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٦٤

٤ إذا كانت $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{س} + \frac{٣}{٢}$ فإن $س = \dots$

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) $\frac{٣}{٢}$

٥ ٢٠٪ من ١٠ جنيهات = جنيه

(أ) ٢ (ب) ٢,٥ (ج) ٥ (د) ٢٠

٦ إذا كان س عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية هو

(أ) $٣ + س$ (ب) $٣ س$ (ج) $٣ - س$ (د) $\frac{٣}{س}$

٧ $\dots = (٢ + \sqrt{٥})(٢ - \sqrt{٥})$

(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٨ إذا كان $أ^٢ - ب^٢ = ١٢$ ، $أ + ب = ٣$ فإن $أ - ب = \dots$

(أ) ٨ (ب) ٤ (ج) ١٥ (د) ٣٦

٩ $\dots = \{٥, ٨\} \cup [٥, ٨]$

(أ) $[٥, ٨]$ (ب) $[٥, ٨]$ (ج) $[٥, ٨]$ (د) $[٥, ٨]$

١٠ $ح = \dots$

(أ) $ح \cap ح$ (ب) $ن \cap ن$ (ج) $ح \cup ح$ (د) $ن \cup ن$

١١ المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt[٣]{٢}}{\sqrt[٣]{٦}}$ هو

(أ) $\frac{\sqrt[٣]{٢}}{\sqrt[٣]{٦}}$ (ب) $\sqrt[٣]{٦}$ (ج) $\sqrt[٣]{٢}$ (د) $٢ - \sqrt[٣]{٢}$

امتحان رقم ١ جبر

أ/ محمود عوض

س١ : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) الرابع متناسب للأعداد ٤ ، ١٢ ، ١٦ هو
 (أ) ٤٨ (ب) ١٢ (ج) ١٦ (د) ٤
 (٢) العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين س ، ص هي
 (أ) $S = 5V$ (ب) $S + 3 = V$ (ج) $\frac{S}{3} = \frac{V}{5}$ (د) $\frac{S}{2} = \frac{V}{5}$
 (٣) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ٢ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٦ ، ٨ هو
 (أ) ٩ (ب) ١٦ (ج) ٧ (د) ٢٤
 (٤) إذا كانت النقطة (س-٤ ، ٢-س) تقع في الربع الثالث فإن س =
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦
 (٥) إذا كان $S = 5$ ، $V = 4$ فإن $(S \times V) =$
 (أ) ٢٠ (ب) ٩ (ج) ٥ (د) ١
 (٦) إذا كان ف عدداً فردياً فإن العدد الفردي التالي له هو
 (أ) F^2 (ب) $F^2 + F$ (ج) $F + 1$ (د) $F + 2$

السؤال الثاني :

- (أ) إذا كانت $S = 2$ ، $V = 3$ ، 4 ، 5 فأوجد :
 (١) $S \times V$ (٢) $N(V)$

(ب) إذا كانت $5 = 3B$ فأوجد قيمة $\frac{9 + A}{2 + A}$

السؤال الثالث :

- (أ) إذا كانت ص $\propto \frac{1}{S}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢ فأوجد :

- (١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

- (ب) إذا كانت $S = 1, 3, 4, 5$ ، $V = 2, 3, 4, 5, 6$ وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني "أ + ب = ٧ لكل أ $\in S$ ، ب $\in V$ "
 اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب؟

السؤال الرابع :

- (أ) إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين أ ، ج فاثبت أن : $\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$

- (ب) إذا كانت د (س) = $S^2 - 2S$ ، ر (س) = $S - 2$
 (١) اثبت أن د (٢) = ر (٢) (٢) إذا كانت ر (ك) = ٧ فأوجد قيمة ك

السؤال الخامس :

- (أ) مثل بيانياً الدالة د (س) = $S^2 + 2S - 4$ متخذاً س $\in [-4, 2]$

ومن الرسم استنتج : (١) إحداثي رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل

(ب) فيما يلي التوزيع التكراري لأعمار ١٠ أطفال :

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعياري للعمر بالسنوات

امتحان رقم ٢ جبر

أ/ محمود عوض

س١: اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

(١) إذا كان $\frac{أ}{٥} = \frac{ب}{٤} = \frac{أ+ب}{ك}$ فإن ك =

(أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١

(٢) الوسط الحسابي للقيم ١، ٢، ٣، ٤، ٥ هو

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

(٣) إذا كانت ن (س) = ٣، ص = {٤، ٥} فإن ن (س × ص) =

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) ٦

(٤) إذا كانت ٧، س، $\frac{١}{ص}$ فى تناسب متسلسل، فإن س^٢ص =

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ٩

(٥) إذا كانت جميع المفردات متساوية فى القيمة فإن

(أ) س = صفر (ب) σ = صفر (ج) س - س < صفر (د) س - س > صفر

(٦) أربعة أمثال العدد ٢^٨ هو

(أ) ٣٢٢ (ب) ٨^٨ (ج) ١٠٢ (د) ٤^٨

السؤال الثانى: (أ) إذا كانت (س+٣، ٩) = (٥، ص^٢) فأوجد قيم س، ص

(ب) إذا كانت ص = $\frac{١}{س}$ وكانت ص = ٤ عندما س = ٢ فأوجد:

(٢) العلاقة بين ص، س (٢) قيمة ص عندما س = ٨

السؤال الثالث: (أ) إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} وكانت ع علاقة على س

حيث أ ع ب تعنى "أ ضعف ب" لكل أ ∈ س، ب ∈ س

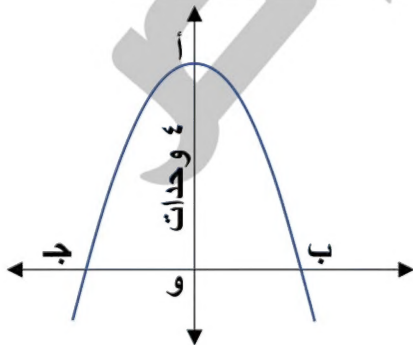
اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب؟ وهل ٢ ع ٤؟

(ب) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ، ج فاثبت أن: $\frac{أ-ب}{ج-أ} = \frac{ب}{ج+أ}$

السؤال الرابع: (أ) إذا كانت $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤} = \frac{٢س-ص+ع}{٣}$ فأوجد قيمة م

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم ٤، ٨، ١٢، ١٠، ٦

السؤال الخامس: (أ) الشكل المقابل يمثل منجنى الدالة د:



حيث د (س) = م - س^٢ فإذا كان أ و = ٤ وحدات فأوجد:

(١) قيمة م

(٢) إحداثى ب، ج

(٣) مساحة المثلث الذى رؤوسه أ، ب، ج

(ب) إذا كانت د: ح حيث د (س) = ٢س + أ وكانت د (٣) = ٩ فأوجد:

(١) قيمة أ

(٢) نقط تقاطع المستقيم الممثل للدالة د مع محورى الإحداثيات

امتحان رقم ٣ جبر

أ/ محمود عوض

س١ : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) من مقاييس التشتت
 (أ) الوسيط (ب) الوسط الحسابي (ج) الانحراف المعياري (د) المنوال
- (٢) إذا كان $\frac{5}{3} = \frac{1}{ب}$ فإن $\frac{3}{5} = \frac{أ}{ب}$
 ١ (أ) ١٥ (ب) ٣ (ج) $\frac{5}{3}$ (د) ٥
- (٣) إذا كانت د (س) = ٢ ، فإن د (١) + د (-١) =
 (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٤
- (٤) إذا كانت النقطة (س - ١ ، ٣) تقع على محور الصادات فإن س =
 ٠ (أ) ١ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢
- (٥) إذا كانت ٥ - أ - ٤ ب = صفر فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{.....}{.....}$
 (أ) $\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{5}{4}$ (ج) ٩ (د) ٢٠
- (٦) ربع العدد ٨٢ هو
 ٢٢ (أ) ٨٢ (ب) ٦٢ (ج) ١٠٢ (د) ١٠٢

السؤال الثاني : (أ) إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ص = { ٠ ، ٤ } ، ع = { ٢ ، ٥ ، ٤ } فأوجد :
 (٢) س × ص (٢) (ص ∩ ع) × س (٣) ن (ص) (٤)

(ب) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى مقدم النسبة ١٥ : ١٣ وطرح من تاليها فإنها تصبح ٣ : ٤

السؤال الثالث : (أ) إذا كانت ص ٣٠ س وكانت ص = ٦ عندما س = ٣ فأوجد :
 (١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ٥

(ب) إذا كانت س = { ٣ ، ٢ ، ١ } ، ص = { $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، ١ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن العدد أ هو المعكوس الضربي للعدد ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وبين أن ع دالة واكتب مداها ؟

السؤال الرابع : (أ) إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل فاثبت أن : $\frac{أ}{ب + د} = \frac{ج}{ج + د}$

(ب) إذا كانت (س٣ ، ص + ١) = (٨ ، ٣) فأوجد قيمة : س + ٣

السؤال الخامس : (أ) مثل بيانيا الدالة د (س) = ٤ - س٢ متخذاً س ∈ [٣ ، -٣]

ومن الرسم استنتج : (١) إحداثي رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل (٣) القيمة الصغرى أو العظمى

(ب) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم : ٨ ، ١٣ ، ٢٠ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

امتحان رقم ٤ جبر

أ/ محمود عوض

س ١ : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ هو
 (أ) ٩ (ب) $9 -$ (ج) $9 \pm$ (د) ١
- (٢) $\{ ١ ، ٠ \} - [٥ ، ١] =$
 (أ) $[٥ ، ١]$ (ب) $[٥ ، ١ [$ (ج) $] ٥ ، ١]$ (د) $] ٥ ، ١ [$
- (٣) إذا كانت د (س) = ٢ فإن د (٢) + د (٢-) =
 (أ) صفر (ب) ٤ (ج) $٤ -$ (د) ١
- (٤) ٢٠٪ من ١٠ جنيهات = جنيهه
 (أ) ٢ (ب) ٢,٥ (ج) ٥ (د) ٢٠
- (٥) إذا كان المدى للقيم ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٥ هو ٦ فإن
 (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ١٢
- (٦) $\sqrt[3]{٦٤} = \sqrt[3]{.....}$
 (أ) ٢ (ب) ١٦ (ج) ٨ (د) ٤

السؤال الثاني: (أ) إذا كانت س = $\{ ٢ ، ١ ، ١ - \}$ ، ص = $\{ ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ \}$ وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني "ب = ٢ + أ" لكل أ \in س ، ب \in ص اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب؟

(ب) إذا كانت $\frac{٢١س - ص}{ع - ص} = \frac{ص}{ع}$ فاثبت أن ص \propto ع

السؤال الثالث: (أ) إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س^٢ وكانت س = ٣ عندما ص = ٤ فأوجد:
 (٣) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة س عندما ص = ٩

(ب) إذا كانت النقطة (أ ، ٤) إحدى نقط الدالة د (س) = ٢س + ب فأوجد قيمة ٦ أ + ٣ ب

السؤال الرابع: (أ) إذا كانت س ، ص ، ع ، ل كميات متناسبة فاثبت أن: $\frac{ص - س}{س} = \frac{ل - ع}{ع}$

(ب) أوجد العدد الذى إذا أضيف مربعه إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

السؤال الخامس: (أ) مثل بيانيا الدالة د (س) = (س - ٢)^٢ متخذا س \in $] ٥ ، ١ - [$

ومن الرسم استنتج: (١) معادلة محور التماثل (٢) القيمة الصغرى للدالة

(ب) فيما يلى التوزيع التكرارى يبين عدد أطفال بعض الأسر في إحدى المدن:

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

احسب الانحراف المعياري لعدد الأطفال